

## مقدمة بحث عن العلاقات والدوال العكسية

لقد كان الإنسان فضوليًا كثيرًا منذ أقدم العصور، وكان مهتمًا بالبحث في كل ما يدور حوله من أشكال وعلاقات وأمور وظواهر طبيعية عديدة، ومن المواضيع والعلوم التي اهتم بها من آلاف السنين الدراسات الهندسية وعلوم الرياضيات التي ساهمت في وصول العلوم المختلفة إلى ما هي عليه اليوم، وتصميم الكثير من الأدوات والأجهزة وبناء الأبنية الضخمة والمباني العملاقة بمختلف الأشكال والأحجام، وقد ظهرت خلال تلك الفترات الكثير من المصطلحات في علم الرياضيات، وتعدُّ الدالة العكسية من أشهر تلك المصطلحات والمفاهيم، وتعتبر الدالة العكسية إحدى أنواع الدالات، وقد تمَّ التركيز عليها بشكل كبير في دراسة علم الرياضيات، وهذا البحث سوف يتحدث عن الدوال العكسية وما يدور حولها من معلومات.

## بحث عن العلاقات والدوال العكسية

هنالك العديد من المدرسين الذين يقومون بتكليف الطالبات والطلاب بإعداد بحث عن موضوع معين من بين مواضيع شتى وذلك لزيادة معلوماتهم وثقافتهم حول الموضوع الذي يتم اختياره، وهذا البحث سوف يتناول موضوع العلاقات والدوال العكسية، ومن الضروري أن يحيط البحث بالتفاصيل المهمة التي تدور حول هذا الموضوع، إذ أنَّ ذلك الأمر يتطلب عمليات عديدة من البحث والمراجعة في العديد من المراجع والكتب وهذا سيزيد اطلاع الطلاب على تفاصيل الموضوع، وسوف يخرج البحث كاملاً وشاملاً وواقياً متوافقاً مع قواعد البحث الأساسية، وسوف يبدأ بحث الدوال العكسية بمقدمة كتمهيد للموضوع وينتهي بخاتمة تلخصه، إضافة إلى فقرات متنوعة عن أهم المعلومات حول الدوال العكسية.

### تعريف العلاقات والدوال العكسية

يشير مصطلح الدالة في الرياضيات إلى علاقة بين مجموعتين تسمى المجموعة الأولى المنطلق وتسمى المجموعة الثانية المستقر، وكل قيمة من المنطلق يقابلها قيمة وحيدة من المستقر، والدول جمع مفردة دالة، والدالة هي التابع أو الاقتران، وتسمى باللغة الإنجليزية: Function، وهي مصطلح أو كائن رياضي يمثل العلاقة التي تربط بين عنصر من مجموعة المنطلق وتسمى مجموعة المجال أيضاً مع عنصر واحد من مجموعة المستقر والتي تسمى المجال المقابل أو مجموعة الوصول، وتوجد أنواع عديدة للدوال بشكل عام هي: الدوال الشمولية والدوال التبادلية والدوال التبادلية والدوال الزوجية والدوال الفردية والدوال التحليلية والدوال الحقيقية والدوال المركبة والدوال العكسية والتي تعدُّ أشهر أنواع الدوال.

وتعرف الدالة العكسية بأنها العلاقة التي تكون بين عناصر المجال وعناصر المجال المقابل إذا كانت عناصر الأول هي معكوس لعناصر الثاني، أي إذا كانت (س) دالة تناظرية تصل بين النقطة (أ) والنقطة (ب) فإنَّ العلاقة التي تنطلق من (ب) إلى (أ) هي الدالة العكسية لها، ويُشار إلى أنَّ بعض الدوال تكون غير تقابلية، حيث أنها لا تملك دالة عكسية، ولكن يتم تقصير مجال تعريف تلك الدوال من أجل دراستها ودراسة الدوال العكسية لها، كما أنَّ الدالة تكون لها دالة عكسية وحيدة، أي لا يمكن أن يكون هنالك دالتان عكسيتان لأية دالة، وهذا من خصائص الدوال العكسية الأساسية.

### مجال الدوال العكسية

إنَّ الدالة العكسية كما عرفنا العلاقة التي تكون معاكسة للدالة التي تكون بين مجموعتين، وقد يجهل بعض الأشخاص معنى مصطلح مجال، حيث أنَّ مجال الدالة العكسية هي مجموعة المنطلق للدالة، أمَّا مجموعة المستقر فيطلق عليها اسم المجال المقابل، والمجال هو مجموعة أليافها أي مجموعة عناصرها، والمجموعة أحد المفاهيم الأساسية في الرياضيات، والمجموعة طائفة من الأشياء توضع معاً ويطلق عليها اسم عناصر المجموعة.

### التمثيل البياني للعلاقات والدوال العكسية

يشير مصطلح التمثيل البياني في الرياضيات إلى طريقة تمثيل جميع المكونات المخصصة وفي أيِّ مجال خاص على محور السينات وهو المحور الأفقي، ومكونات المدى على محور الصادات وهو المحور العمودي، حيث أنَّ كل صورة تكون معروفة بزوج منظم يمثل نقطة على المحور الأفقي ونقطة على المحور العمودي والتقاء الخطين الصاعدين من النقطتين يمثل نقطة واحدة، والنقطة التي يتم الحصول عليها هي التمثيل البياني للدالة، حيث أنه بعد معرفة القيم الخاصة بالمدى يمكن إعداد جدول يتضمن قيم الإدخال، وأما البيانات على محور السينات تكون مجالاً مع عناصر محور الصادات، وبالتالي يمكن تمثيل أية دالة عكسية بيانياً من خلال معرفة إحداثياتها على محور السينات ومحور الصادات.

### كيفية حساب الدالة العكسية

بما أنَّ الدالة العكسية هي الدالة التي تعكس عمل الدالة الأصلية وتقوم بإجراء عكس عمل الدالة الأصلية فإنَّه يمكن حساب الدالة في الرياضيات من خلال حل معادلة ثابتة يتم اعتمادها من أجل ذلك وهي:  $y = f(x)$ ، حيث يتم تبديل كل من المتغيرات  $x$  و  $y$  في صيغة

المعادلة الأساسية وسوف يتم الحصول على الدالة العكسية، وهذا النوع من الحسابات يمكن استخدامه في كثير من التطبيقات مثل حساب قيمة مثالية من أجل تعيين ثوابت النظام أو تحويل متغيرات النظام إلى متغيرات أخرى وغير ذلك.

## مثال على حساب الدالة العكسية

إنَّ طريقة حساب الدالة العكسية تحتاج إلى توضيح أكثر كونها من المعادلات التي يجدها البعض صعبة بعض الشيء، ومن خلال مثال بسيط يمكن توضيح طريقة حساب الدالة العكسية، وفيما يأتي سوف يتم إدراج مثال على حساب الدالة العكسية:

- السؤال: إذا كانت الدالة الأصلية تكتب وفق المعادلة التالية:  $y = 3x + 2$ ، فكيف يمكن حساب الدالة العكسية لها؟
- الحل: تتم كتابة المعادلة الأصلية وهي:  $y = 3x + 2$ ، يتم تحليل المعادلة وحلها للحصول على قيمة  $x$ ، وتكون  $x = (y - 2) / 3$ ، يمكن الحصول على الدالة العكسية من خلال استبدال كل  $x$  بالرمز  $y$  وكل  $y$  بالرمز  $x$ ، وبذلك نحصل على المعادلة العكسية وهي:  $f^{-1}(x) = (x - 2) / 3$

## استخدامات الدالة العكسية

عرفنا أنَّ الدالة العكسية هي التي تعكس عمل الدالة الأصلية، وتعطي المدخلات القيمة الأصلية التي جرى إخراجها من الدالة الأصلية، ولذلك فإذا كانت على سبيل المثال  $f(x)$  دالة لا على التعيين، فإنَّ الدالة العكسية لها وهي:  $f^{-1}(x)$  سوف تعمل على إعطاء القيمة  $x$  والتي سوف تعيد  $f(x)$ ، وقد يتساءل البعض حول جدوى مثل هذه المفاهيم واستخداماتها في العلوم والحساب والرياضيات، وتوجد كثير من الاستخدامات التي يستفاد منها باستخدام الدالة العكسية، وفيما يأتي سوف يتم إدراج أهم استخدامات الدوال العكسية:

- تستخدم الدوال العكسية في إيجاد الحلول للكثير من المسائل في الرياضيات مثل: حساب المسافات والزوايا والسرعات والتكامل والتسارعات وغيرها.
- يمكن أيضًا استخدام الدوال العكسية في تحديد قيمة الدالة الأصلية وذلك عندما تتغير مدخلات الدالة واختبارها.
- يمكن استخدام الدوال العكسية أيضًا في تحليل البيانات والإحصاء، وفي حساب التوزيعات الإحصائية والاحتمالات وغير ذلك.

## بعض الدوال العكسية لأشهر الدوال في الرياضيات

هنالك العديد من الدوال الشهيرة في علم الرياضيات مثل الجذر التربيعي والمضاعفة وما إلى هنالك، وفيما يأتي سوف يتم إدراج بعض أهم الدوال العكسية لأشهر الدوال في الرياضيات:

- الدالة العكسية لدالة الأساس العشري: إنَّ الدالة العكسية لدالة الأساس العشري هي:  $\log_{10}^{-1}(x)$  كما يمكن كتابتها بالشكل:  $10^x$ ، وهي العدد مرفوع للأس عشرة.
- الدالة العكسية لدالة الجذر التربيعي: إنَّ الدالة العكسية لدالة الجذر التربيعي هي الدالة:  $\sqrt{x}$  ويمكن كتابتها بهذا الشكل:  $x^2$ ، حيث أنَّ مربع العدد هو الدالة العكسية للجذر التربيعي.
- الدالة العكسية لدالة المضاعفة: إنَّ الدالة العكسية لدالة المضاعفة هي:  $\text{double}^{-1}(x)$  كما تكتب بهذا الشكل:  $x/2$ ، حيث أنَّ الدالة العكسية لدالة المضاعفة هي القسمة على اثنين.
- الدالة العكسية لدالة التفاضل: إنَّ الدالة العكسية لدالة المفاضلة هي:  $\text{differentiate}^{-1}(x)$  ويمكن أن تكتب بهذا الشكل:  $\text{integrate}(x)$ .

## خاتمة بحث عن العلاقات والدوال العكسية

إنَّ الدوال العكسية من المصطلحات الأساسية في علم الرياضيات، وكثير من الناس يجهلون معنى هذا المصطلح وما هو بشكل دقيق، وقد تعرفنا عليه بشكل موجز، وعرفنا بعض المعلومات الأساسية عن الدالة العكسية ومعنى تمثيل الدالة العكسية بيانيًا، حيث أنَّ التعرف على مثل هذه المعلومات يجب أن يهّم معظم الناس حتى يتعرف الإنسان على أهم الأمور والمصطلحات التي قد يواجهها في حياته، أمّا التعمق فيها فهو خاص بأصحاب الاختصاص، ولكن في هذه الإحاطة سوف يكون الإنسان على اطلاع على مفاهيم مهمة في علم الرياضيات.