بحث عن اللوغاريتمات

مقدمة البحث

تستخدم اللوغاريتمات في جميع أنواع الحسابات في الهندسة والعلوم والأعمال والاقتصاد، فقبل ظهور الآلات الحاسبة كانت اللوغاريتمات تستخدم للمساعدة في حساب عمليات الضرب للأعداد الكبيرة عن طريق تعويض عملية الضرب بالجمع. وبالمثل، إجراء عملية التقسيم عن طريق الطرح، وللوغاريتم الكثير من الاستخدامات في مختلف التطبيقات في الرياضيات والفيزياء والكيمياء، سنتعرف عليها من خلال البحث الآتي:

بحث عن اللوغاريتمات

وفي السطور التالية ندرج لكم فقرات بحث عن اللوغاريتمات

مفهوم الدالة اللوغاريتمية

تعرف الدالة اللوغاريتمية في الرياضيات على أنها العملية العكسية للدوال الأسية ويُعرَّف لوغاريتم عدد ما بالنسبة لأساس ما، بأنه الأس المرفوع على الأساس والذي سينتج ذلك العدد. فعلى سبيل المثال: لوغاريتم العدد 1024 بالنسبة للعدد 2 هو العدد 10 لأنّ العدد 1024 هو ناتج رفع العدد 2 للقوة 10 أي أن $2^{10}=1024$ وكذلك الأمر فإنّ لوغاريتم 1000 بالنسبة للأساس 10 هو 3 لأن 1000 = 10 × 10 × 10 = 103.. وبالتعميم يمكن أن نقول بأنه:

إذا كان $x = y^b$ فإن لوغاريتم x بالنسبة للأساس b هو y، يعبر عن ذلك بالرموز

If $X=Y^b$ then $Y=\log_{(b)}(x)$ EX: $1024=2^{10}$ then $10=\log_{(2)}(1024)$

تم اختراع اللوغاريتمات في القرن السابع عشر لتسريع العمليات الحسابية، مما أدى إلى تقليل الوقت اللازم لضرب الأرقام التي تحتوي على العديد من الأرقام بشكل كبير. لقد كانت أساسية في العمل العددي لأكثر من 300 عام، حتى إتقان آلات الحساب الميكانيكية في أواخر القرن التاسع عشر وأجهزة الكمبيوتر في القرن العشرين. يعد اللوغاريتم الطبيعي (مع الأساس $e \cong 2.71828$ والمكتوب ln n)، واحدًا من أكثر الوظائف المفيدة في الرياضيات، مع تطبيقات على النماذج الرياضية في جميع أنحاء العلوم الفيزيائية والبيولوجية، وكذلك اللوغاريتم العشري واللوغاريتم الثنائي وغيرهم.

أشهر أنواع اللوغاريتمات

يُطلق على اللوغاريتم ذو الأساس 10 اسم اللوغاريتم العشري أو اللوغاريتم الشائع وهو لوغاريتم عدد ما بالنسبة للأساس 10 ويستخدم بشكل كبير في العلوم الرياضية والهندسية، في حين يعرّف اللوغاريتم الطبيعي بأنه لوغاريتم عدد بالنسبة لأساس هو العدد النيبيري (e) والرقم $e \approx 2.718$ ، وينتشر استخدامه في الرياضيات والفيزياء، وذلك بسبب مشتقته البسيطة جداً، ويوجد نوع آخر من أنواع اللوغاريتمات ينتشر استخدامه بشكل كبير هو اللوغاريتم الثنائي الذي يستخدم الأساس 2 ويستخدم بشكل متكرر في علوم الحاسوب.

المقاييس اللوغاريتمية

غالبًا ما يتم التعبير عن الكميات العلمية على هيئة لوغاريتمات لكميات أخرى، باستخدام مقياس لوغاريتمي. على سبيل المثال، الديسيبل هو وحدة قياس مرتبطة بكميات ذات مقياس لوغاريتمي. وهو يعتمد على اللوغاريتم المشترك للنسب - 10 أضعاف اللوغاريتم المشترك لنسبة الطاقة أو 20 مرة اللوغاريتم المشترك لنسبة الجهد. يتم استخدامه لقياس فقدان مستويات الجهد في نقل الإشارات الكهربائية، ولوصف مستويات قوة الأصوات في الصوتيات، وامتصاص الضوء في مجالات القياس الطيفي والبصريات. يتم أيضًا قياس نسبة الإشارة إلى الضوضاء التي تصف مقدار الضوضاء غير المرغوب فيها فيما يتعلق بإشارة (ذات معنى) بالديسيبل وتسمى نسبة الإشارة إلى الضجيج S/N ويتم النظر إلى هذه القيمة في الحياة العملية في المودم المنزلي حيث تعبر عن جودة الإشارة التي يتم الحصول عليها من المقسم الهاتفي.

العمليات على اللوغاريتم

الجمع والضرب والرفع للقوة هي ثلاث من العمليات الحسابية الأساسية. وكما أن عكس الجمع هو الطرح، وعكس الضرب هو القسمة. وبالمثل، فإنّ اللوغاريتم هو العملية العكسية للأس، ومثله مثل جميع الرموز في الرياضيات يمكن تطبيق العمليات الحسابية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة والرفع لقوة وغيرها على اللوغاريتم، وفيما يأتي قواعد العمليات الحسابية على اللوغاريتم:

ناتج جداء عدة لوغاريتمات: هو اللوغاريتم النهائي لمجموع الأعداد الموجودة داخل اللوغاريتم.

$\text{Log}(x*y) = \log(x) + \log(y)$

ناتج قسمة لوغاريتم على آخر: هو اللوغاريتم النهائي للفرق بين الأعداد الموجودة داخل اللوغاريتم.

$\text{Log}(x/y) = \log(x) - \log(y)$

ناتج الرفع لقوة لعدد داخل اللوغاريتم: هو العدد نفسه.

$\text{Log}(x^b) = b*\log(x)$

تطبيقات اللوغاريتم

للوغاريتمات العديد من التطبيقات في الرياضيات والفيزياء والعلوم الهند وغيرها. ترتبط بعض هذه الأحداث بمفهوم ثبات المقياس. على سبيل المثال، كل حجرة من حجرة قوقعة النوتيلوس هي نسخة تقريبية من الحجرة التالية، مقيسة بعامل ثابت. وهذا يؤدي إلى دوامة لوغاريتمية. يمكن أيضًا تفسير قانون بنفورد الخاص بتوزيع الأرقام البادئة من خلال ثبات المقياس، ترتبط اللوغاريتمات أيضًا بالتشابه الذاتي. على سبيل المثال، تظهر اللوغاريتمات في تحليل الخوارزميات التي تحل المشكلة عن طريق تقسيمها إلى مشكلتين أصغر متشابهتين وتصحيح حلولهما. إن أبعاد الأشكال الهندسية المتشابهة ذاتيًا، أي الأشكال التي تشبه أجزاؤها الصورة الكلية، تعتمد أيضا على اللوغاريتمات. تعتبر المقاييس اللوغاريتمية مفيدة لقياس التغير النسبي لقيمة ما بدلاً من فرقها المطلق.

خصائص اللوغاريتمات

سرعان ما اعتمد العلماء اللوغاريتمات بسبب خصائصها المفيدة المختلفة التي سهّلت العمليات الحسابية الطويلة والمملة. على وجه الخصوص، يمكن للعلماء العثور على حاصل ضرب رقمين m وn من خلال البحث عن لوغاريتم كل رقم في جدول خاص، وإضافة اللوغاريتمات معًا، ثم الرجوع إلى الجدول مرة أخرى للعثور على الرقم مع ذلك اللوغاريتم المحسوب (المعروف باسم اللوغاريتم المضاد له). معبرًا عنها باللوغاريتمات المشتركة، يتم إعطاء هذه العلاقة بواسطة log mn = log m + log n. على سبيل المثال، يمكن حساب 100 × 1000 من خلال البحث عن لوغاريتمات 100 و1000 ، وإضافة اللوغاريتمات معًا (5)، ثم إيجاد اللوغاريتم المضاد لها (100000) في الجدول. وبالمثل، يتم تحويل مسائل القسمة إلى مسائل الطرح باستخدام اللوغاريتمات: log m/n = log m − log n. كما يمكن تبسيط حساب القوى والجذور باستخدام اللوغاريتمات، ويمكن أيضًا تحويل اللوغاريتمات بين أي قواعد موجبة (باستثناء أنه لا يمكن استخدام 1 كقاعدة لأن جميع قواها تساوي 1).

اللوغاريتمات في علم النفس

تحدث اللوغاريتمات في العديد من القوانين التي تصف الإدراك البشري. يقترح قانون هيك وجود علاقة لوغاريتمية بين الوقت الذي يستغرقه الأفراد لاختيار بديل وعدد الخيارات المتاحة لهم. في حين يتنبأ قانون فيتس بأن الوقت اللازم للانتقال بسرعة إلى منطقة الهدف هو دالة لوغاريتمية للمسافة إلى الهدف وحجمه. وفي الفيزياء النفسية، يقترح قانون فيبر-فيشنر وجود علاقة لوغاريتمية بين التحفيز والإحساس مثل الوزن الفعلي مقابل الوزن المتصور لشيء يحمله الشخص.

اللوغاريتمات في نظرية الاحتمالات والإحصاء

تستخدم اللوغاريتمات أيضاً في نظرية الاحتمالات: قانون الأعداد الكبيرة يفرض أنه بالنسبة لعملة معدنية عادلة، مع زيادة عدد رميات العملة إلى ما لا نهاية، فإن النسبة الملحوظة للصور تقترب من النصف. يتم العثور على التوزيعات اللوغاريتمية العادية في العديد من المجالات، حيث يتم تشكيل متغير كمنتج للعديد من المتغيرات العشوائية الإيجابية المستقلة، على سبيل المثال في دراسة الاضطراب.

اللوغاريتمات في الكيمياء

وفي الكيمياء، الرقم الهيدروجيني هو مقياس لوغاريتمي لحموضة المحلول المائي. اللوغاريتمات شائعة في الصيغ العلمية، وفي قياسات تعقيد الخوارزميات والأشياء الهندسية التي تسمى الفركتلات. كما أنها تساعد في وصف نسب التردد للفترات الموسيقية، وتظهر في صيغ عد الأعداد الأولية أو العوامل التقريبية، وتفيد بعض النماذج في الفيزياء النفسية، ويمكن أن تساعد في المحاسبة الجنائية.

اللوغاريتمات في علوم الحاسوب

تحليل الخوارزميات هو فرع من علوم الكمبيوتر يدرس أداء الخوارزميات (برامج الكمبيوتر التي تحل مشكلة معينة). تعتبر اللوغاريتمات ذات قيمة في وصف الخوارزميات التي تقسم المشكلة إلى مشاكل أصغر، وتنضم إلى حلول المشكلات الفرعية، على سبيل المثال، للعثور على رقم في قائمة مرتبة، تتحقق خوارزمية البحث الثنائي من الإدخال الأوسط وتتابع البحث عن النصف قبل أو بعد الإدخال الأوسط إذا لم يتم العثور على الرقم بعد. تتطلب هذه الخوارزمية، في المتوسط، مقارنات log2 (N)، حيث N هو طول القائمة. وبالمثل، تقوم خوارزمية الفرز المدمج بفرز قائمة غير مصنفة عن طريق تقسيم القائمة إلى نصفين وفرزها أولاً قبل دمج النتائج. تتطلب خوارزميات فرز الدمج عادةً وقتًا يتناسب تقريبًا مع N · log(N).
يقال إن الدالة f(x) تنمو لوغاريتميًا إذا كانت f(x) متناسبة (تمامًا أو تقريبيًا) مع لوغاريتم x. (ومع ذلك، فإن الأوصاف البيولوجية لنمو الكائن الحي تستخدم هذا المصطلح للدالة الأسية.) على سبيل المثال، يمكن تمثيل أي عدد طبيعي N في شكل ثنائي بما لا يزيد عن log2 N + 1 بت. وبعبارة أخرى، فإن مقدار الذاكرة اللازمة لتخزين N ينمو لوغاريتميًا مع N.

خاتمة البحث

إذاً فالدالة اللوغاريتمية تعرف على أنها العملية العكسية للدوال الأسية ويُعرَّف لوغاريتم عدد ما بالنسبة لأساس ما، بأنه الأس المرفوع على الأساس والذي سينتج ذلك العدد، ومن خلال استخدام اللوغاريتم يمكن إجراء عمليات الضرب والقسمة المعقدة من خلال عمليات جمع وطرح بسيطة، ويوجد الكثير من الاستخدامات للوغاريتم في كل من الرياضيات والفيزياء والكيمياء في علم النفس وفي نظرية الاحتمالات والإحصاء وعلوم الحاسوب وغيرها.